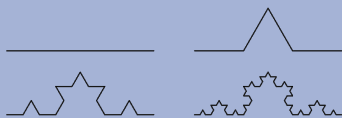


# Fraktale

Raphael Appenzeller, Gina Bischof, Alex Cranor, Stella Morger

## Einführung

Fraktale sind Objekte, die selbstähnlich sind. Es gibt viele Fraktale, von mathematisch definierten Figuren bis zu Flussläufen, Farnen und Bergketten. Alle haben gemeinsam, dass sie wieder ähnlich aussehen, wenn man sie vergrössert und Teilbereiche davon anschaut.



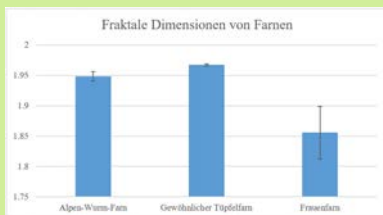
Um ein Fraktal zu bekommen, kann man zum Beispiel mit einer Linie beginnen. Die Linie wird in drei Teile unterteilt und in der Mitte wird eine Spitze hinzugefügt. Wiederholt man die Prozedur bei den neu entstandenen Segmenten immer wieder, bekommt man im Grenzwert die Koch'sche Schneeflockenkurve.



Gewöhnlicher Tüpfelfarn  
*Polypodium vulgare*

## Farne

Farne sind natürliche Fraktale. Sie bestehen aus kleineren Blättern, die wieder aus kleineren Blättern etc. bestehen. Wir haben diverse Farne gesammelt, fotografiert und die fraktale Dimension davon bestimmt.



Von drei Farnarten wurde die fraktale Dimension anhand von jeweils fünf Blättern bestimmt. Die Resultate zeigen, dass sich die Dimension nach Art unterscheidet. Somit könnte die fraktale Dimension möglicherweise als Bestimmungsmerkmal verwendet werden.



Alpen-Wurm-Farn  
*Dryopteris expansa*

## Fazit

Die erfolgreiche Analyse von Bergketten und Farnen zeigt, dass die fraktale Dimension von natürlichen Fraktalen wie Bergketten und Farnen ermittelt werden kann. Die Fraktale Geometrie eignet sich also als Beschreibung von Phänomenen in der Natur.

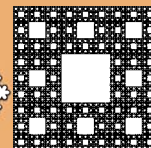
## Fraktale Dimension

Die Dimension eines Objektes beschreibt, wie sich das Objekt verhält, wenn man es vergrössert. In einem Quadrat, das um den Faktor  $Z$  vergrössert wird, haben  $N = Z^2$  ursprüngliche Quadrate Platz. Vergrössert man einen Würfel um den Faktor  $Z$  besteht er aus  $N = Z^3$  kleinen Würfeln. Der Exponent in der Formel ist genau die Dimension für ein  $D$ -dimensionales Objekt gilt also

$$N = Z^D$$

und man kann diese Formel verwenden, um die Dimension mit Hilfe des Vergrößerungsverhalten zu definieren.

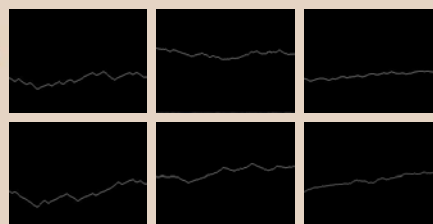
Wenn man den Sierpinski-Teppich  $Z = 3$  mal vergrössert, besteht er aus 8 Kopien des ursprünglichen Fraktals. Somit gilt  $8 = 3^D$ , also hat der Sierpinski-Teppich die fraktale Dimension  $D = 1.892 \dots$  - grösser als 1, aber kleiner als 2.



Frauenfarn  
*Athyrium filix-femina*

## Bergketten

Damit unser Programm die fraktale Dimension von Bergketten berechnen kann, wurden die Bilder in schwarz-weiss umgewandelt. Die Hälfte der folgenden Bilder kommen von fotografierten Bergen, die andere Hälfte wurde künstlich von einem Computerprogramm erzeugt. Können Sie erraten welche?



Im Durchschnitt erkennen nur 65% der Leute korrekt, welche Berge künstlich sind.

Lösung: Bilder eins, drei und sechs sind künstlich.